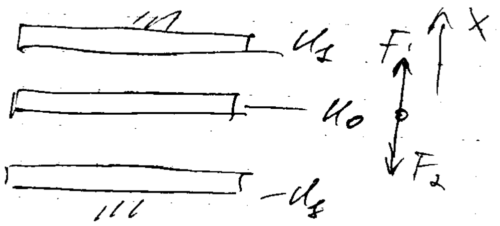


$$F_1 = \frac{\varepsilon S (U_0 - U_1)^2}{2(d-x)^2}$$

$$F_2 = \frac{\varepsilon S (U_0 + U_1)^2}{2(d+x)^2}$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{\varepsilon S}{2}\left(\frac{(U_0+U_1)^2}{(d+x)^2} - \frac{(U_0-U_1)^2}{(d-x)^2}\right) = \frac{2\varepsilon S U_0 U_1 (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x (U_0^2+U_1^2)}{(d^2-x^2)^2}$$

$x \ll d$

$$\boxed{\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 U_1}{d^2}}_{\text{полезная сост.}} - \frac{2\varepsilon S (U_0^2+U_1^2)}{d^3}\, x}$$ — получили составл. линейно зависящую от U_1

Эта полезн. сост. будет напр. в ту сторону, где больше разность потенц. между обкладкой и торсионом.

$$\frac{2\varepsilon S U_0 U_1}{d^2} + \frac{2\varepsilon S (U_0^2+U_1^2)}{d^3}\, x = K_T x$$

Поскольку знак отриц. упруг. изменилось, то теперь для выполнения усл. упруг.:

$$K_T > \frac{2\varepsilon S (U_0^2+U_1^2)}{d^3}$$

---

1. Обр. связь по положению. |01.04.10|

$$\boxed{\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_1 (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x (U_0^2+U_1^2)}{(d^2-x^2)^2}}$$

$U_1 = K_{oc} x$

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc} x (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x (U_0^2 + K_{oc}^2 x^2)}{(d^2-x^2)^2} =$$

$$= \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc} d^2}{(d^2-x^2)^2}\, x + \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{(d^2-x^2)^2}\, x^3 - \frac{2\varepsilon S d U_0^2}{(d^2-x^2)^2}\, x - \frac{2\varepsilon S d K_{oc}^2}{(d^2-x^2)^2}\, x^3$$

Считаем, что $x \ll d$

$$\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{d^2}\, x}_{\substack{\text{упругая сила}\\ \text{обр. связи}\\ \text{(полезн. сост.)}}} + \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{d^4}\, x^3}_{\substack{\text{нелинейная}\\ \text{составл.}}} - \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0^2}{d^3}\, x}_{\substack{\text{отриц.}\\ \text{упругость}\\ \text{(факт. полож.}}} - \underbrace{x^3 \frac{2\varepsilon S K_{oc}^2}{d^3}}_{\substack{\text{нелин.}\\ \text{составл.}}}$$

$$\boxed{\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0}{d^2}\left(K_{oc} - \frac{U_0}{d}\right)x + \frac{2\varepsilon S K_{oc}}{d^3}\left(\frac{U_0}{d} - K_{oc}\right)x^3}$$

ΔF обращ. в ноль в след. случаях:

1) $x = 0$

2) $K_{oc} = \frac{U_0}{d}$

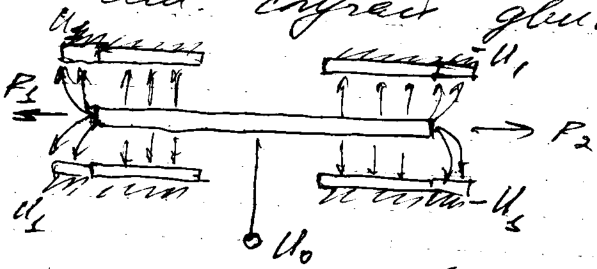
3) $\frac{K_{oc}}{d}\cdot x^2 = U_0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{U_0 d}{K_{oc}}}$

Для ~~устойчивости~~ $\Delta F > 0$ необходимо:

$K_{oc} > \frac{U_0}{d}$ для 1-ой сост.

$\frac{U_0}{d} > K_0$ для 2-ой сост. $\Rightarrow$ необходимо вып. это и $x \ll d$

Рассм. случай движ. вдоль зазора.



$$F = \frac{U^2 \varepsilon l}{2d} N$$

N − кол-во зубьев (для гребенки)

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{(U_0+U_1)^2 \varepsilon l}{2d} N - \frac{(U_0-U_1)^2 \varepsilon l}{2d} N =$$

$$= \frac{(U_0^2 + 2U_0U_1 + U_1^2 - U_0^2 + 2U_0U_1 - U_1^2)\varepsilon l}{2d} N = \boxed{\frac{2U_0U_1\varepsilon l}{d} N}$$

$$\boxed{\Delta F = \frac{2U_0 \varepsilon l K_{oc} N}{d} x}$$ − обр. связь по положению.

23. Возбуждение колебаний с помощью электростатического датчика силы.

$U_1 = U_m \sin(\omega t)$

вдоль зазора: $\Delta F = \frac{2U_0 U_m \varepsilon l}{d} N \sin(\omega t)$

поперек зазора: $\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2}\sin(\omega t) - \frac{2\varepsilon S d x U_0^2}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x U_m^2}{(d^2-x^2)^2}\sin^2\omega t$

// $\sin^2\omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$

$$\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\sin\omega t}_{\text{полезная сост.}} - \frac{\varepsilon S (2U_0^2 + U_m^2)}{d^3}\cdot x - \underbrace{\frac{\varepsilon S U_m^2}{d^3}x\cdot\cos(2\omega t)}_{\text{эту сост. надо отфильтр.}}$$

$x = X_m \cdot \cos(\omega t)$

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\cdot\sin(\omega t) - \frac{\varepsilon S (2U_0^2 + U_m^2)}{d^3} x \cdot \cos(\omega t)$$

$$- \frac{\varepsilon S U_m^2 X_m}{d^3} \cos(\omega t) \cos(2\omega t);$$

// $\cos(\omega t)\cos(2\omega t) = \cancel{\frac{1}{2}\cos\left(\frac{3\omega t}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega t}{2}\right)} = \frac{1}{2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{2}\cos(\omega t)$

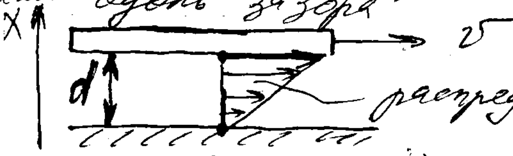
тогда
$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\sin(\omega t) - \frac{\varepsilon S}{d^3} x_m \left(2U_0^2 + U_m^2 \frac{3}{2}\right)\cos(\omega t) - \frac{\varepsilon S U_m^2 x_m}{2d^3}\cos(3\omega t)$$

! дома случай скоростной обр. связи
$$U_1 = k_{oc} \cdot \dot{X}$$

Демпфирование в микромеханике.

– силы вязкого трения (обычно воздух, азот)

а) движ. вдоль зазора



— распред. ск-тей среды внутри зазора

$\tau = \mu \frac{dv}{dx} = \mu \frac{v}{d}$ μ – вязкость $\mu = 1{,}67 \cdot 10^{-9} \frac{Н \cdot с}{мм}$ – азот

τ – тангенциальное напряж. $1{,}82 \cdot 10^{-9}$ – воздух

$F = \tau \cdot S$ – силы очень малые, поэтому в микромех., при возб. колеб., где действуют только силы демпф., можно получить высокую добротность.

б) движ. поперек зазора

Считаем, что течение ламинарное, а газ несжимаемый.

$$\Delta P = -\frac{12\mu v}{d^3}$$

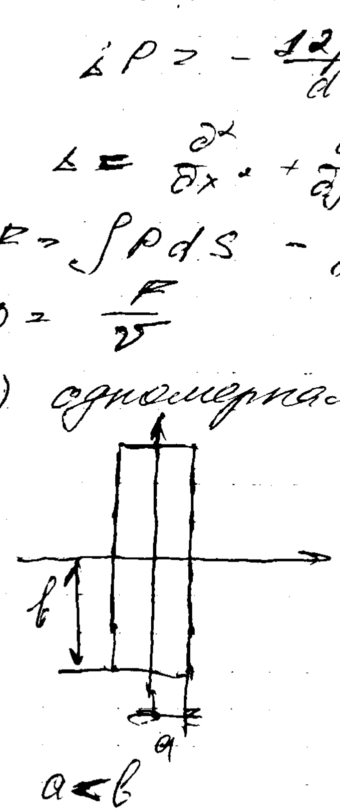
$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа

$F = \int P\, dS$ – демпфирующая сила

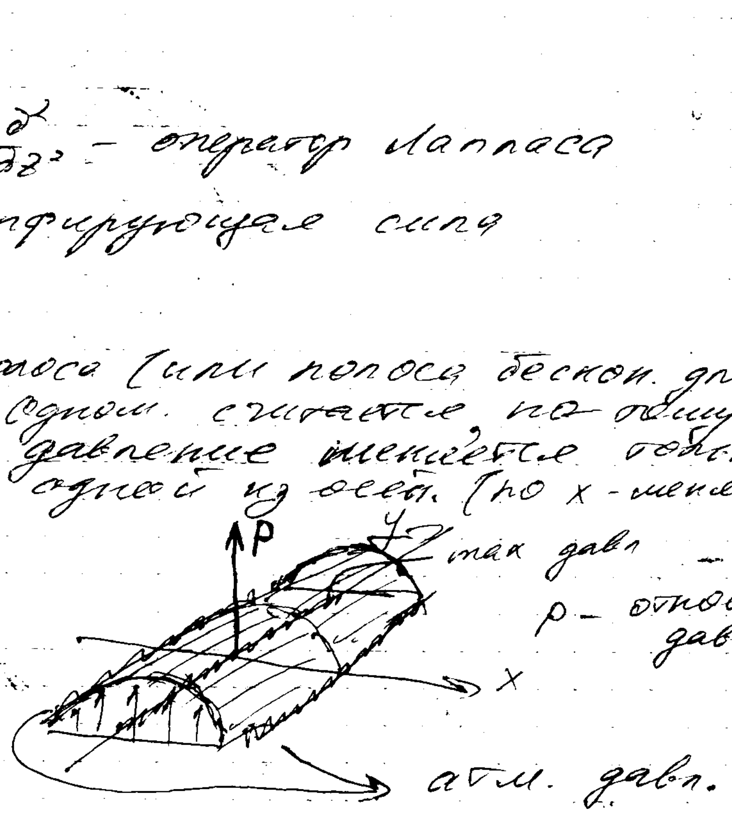
$D = \frac{F}{v}$

1) одномерная полоса (или полоса бескон. длины)

Одном. считается, по тому что давление меняется только вдоль одной из осей. (по x – меняется)



$a < b$



p – относит. давление

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\dfrac{12\mu v}{d^3} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\dfrac{12\mu v}{d^3} x + C_1 \\ p = -\dfrac{12\mu v}{d^3}\dfrac{x^2}{2} + C_1 x + C_2 \end{cases}$$

$$P(a) = P(-a) = 0$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial x}\right|_0 = 0$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial x}\right|_0 = C_1 = 0$$

$$P(a) = -\frac{12\mu v}{d^3}\frac{a^2}{2} + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{12\mu v}{d^3}\frac{a^2}{2}$$

$$\boxed{p = -\frac{12\mu v}{d^3}\frac{x^2}{2} + \frac{12\mu v}{d^3}\cdot\frac{a^2}{2}}$$

Получаем силу:

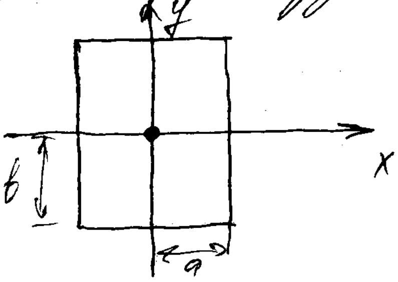
$$F = \int p\,dS = 4\int_0^a p\cdot b\,dx = 4\int_0^a \frac{6\mu v}{d^3}(a^2 - x^2)\,b\,dx =$$

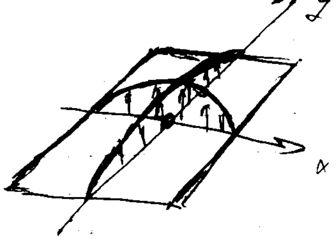
$$= 4\cdot\frac{6\mu v}{d^3}a^2 x\Big|_0^a - 4\cdot\frac{6\mu v}{d^3}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^a = \boxed{\frac{16\mu v}{d^3}a^3 b}$$

$$\boxed{\beta = \frac{F}{v} = \frac{16\mu}{d^3}a^3 b}$$

в силу малости d β получается очень большое

2) Прямоугольная полоса (давл. меняется по обеим координатам, $a < b$ по-прежнему)





$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{12\mu v}{d^3}$$

$$P(a,y) = 0 \quad P(x,b) = 0$$
$$P(-a,y) = 0 \quad P(x,-b) = 0$$
$$\frac{\partial P}{\partial x}(0,y) = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial y}(x,0) = 0$$

$P = P_n + P_л$, P_n – реш. Пуассона, $P_л$ – из реш. по Лапласу.

$$\frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_л}{\partial x^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 P_n}{\partial y^2}}_{0} + \frac{\partial^2 P_л}{\partial y^2} = -\frac{12\mu v}{d^3}$$

$$\frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2} = -\frac{12\mu v}{d^3} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 P_л}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_л}{\partial y^2} = 0$$

$P_\Lambda(x,-b) = -P_n$

$P_\Lambda(x,b) = -P_n$

$P_n = \frac{6 m v}{d^3}(a^2-x^2)$

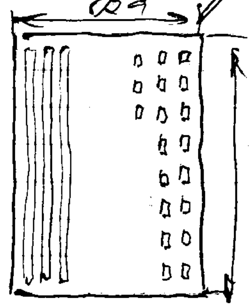
$P_\Lambda = \frac{2}{a}\sum_n \left(\operatorname{ch}\frac{2n-1}{2a}\pi y \cdot \int_0^a P_n \cos\frac{2n-1}{2a}\pi x\,dx \cdot \frac{\cos\frac{2n-1}{2a}\pi x}{\operatorname{ch}\frac{2n-1}{2a}\pi b}\right)$

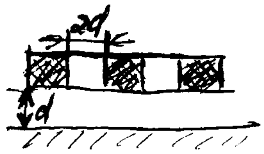
$D = \frac{4}{v}\int_0^a\int_0^b (P_n+P_\Lambda)\,dx\,dy$

$D = -\frac{1536 m}{\pi^4 d^3}\cdot a^3\cdot \sum_n \frac{1}{(2n-1)^4}\left(\frac{\operatorname{th}\frac{2n-1}{2a}\pi b}{\frac{2n-1}{2a}\pi} - b\right)$

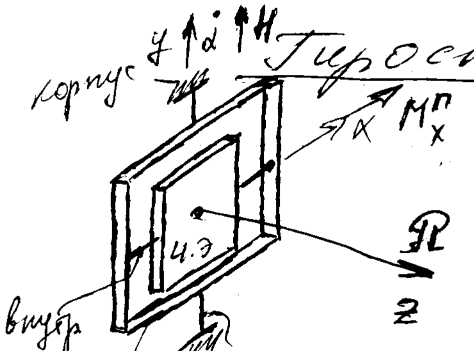
Демпфирование надо снижать:

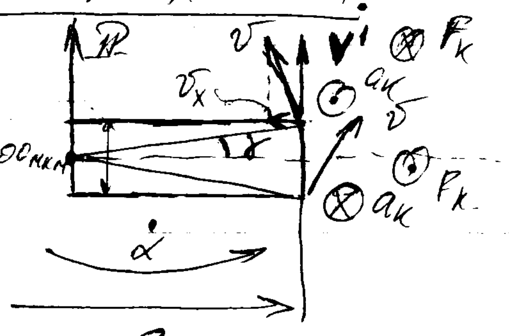
1) вакуумированием – можно снизить демпфирование в несколько раз б, но этого недостаточно. Для достижения необх. показателей требуется глубокий вакуум, который в итоге через некоторое время все равно снижается из-за газения материалов поэтому обращают внимание на комп. a^3 и d^3.





Гироскопы R-R типа





$\sin\gamma = \frac{c}{2\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{c^2}{4}}}$

$v = \dot\alpha\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{c^2}{4}} \Rightarrow v_x = \dot\alpha\cdot\frac{c}{2}$

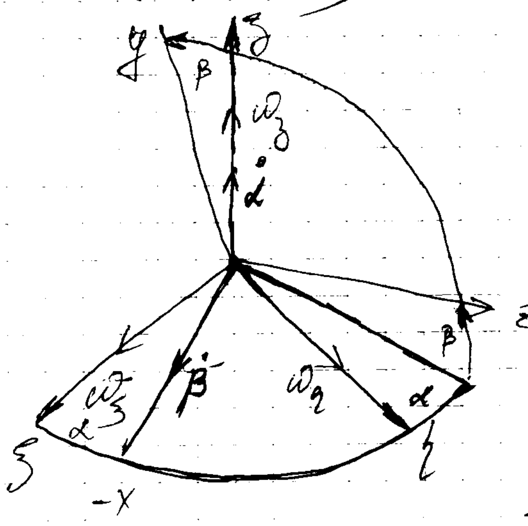
$a_K = 2\Omega v_r = \Omega\dot\alpha c$

$F_K = m\Omega\dot\alpha c \Rightarrow M = m\Omega\cdot\dot\alpha c^2$

Принципиально эта схема неудачна из-за низкой чувствительности.

Система возбуждения

$\dot\alpha = \dot\alpha_0 \sin(\omega t)$



Воспользуемся необобщенными уравнениями Эйлера.

$$A\dot\Omega_x - (B-C)\Omega_y\Omega_z = M_x^B$$

$$\begin{cases} \Omega_x = -\dot\beta - \omega_\xi\cos\alpha - \omega_\eta\sin\alpha \\ \Omega_y = (\dot\alpha+\omega_\xi)\cos\beta - \omega_\eta\cos\alpha\cdot\sin\beta + \omega_\xi\sin\alpha\cdot\sin\beta \\ \Omega_z = (\dot\alpha+\omega_\xi)\sin\beta + \omega_\eta\cos\alpha\cdot\cos\beta - \omega_\xi\sin\alpha\cos\beta \end{cases}$$

$$\dot\Omega_x = -\ddot\beta - \dot\omega_\xi\cos\alpha + \omega_\xi\dot\alpha\sin\alpha - \dot\omega_\eta\sin\alpha - \omega_\eta\dot\alpha\cos\alpha \approx$$

$$\approx -\ddot\beta - \dot\omega_\xi + \omega_\xi\cdot\dot\alpha\cdot\alpha - \dot\omega_\eta\alpha - \omega_\eta\dot\alpha$$

$$\Omega_y = \dot\alpha + \omega_\xi - \omega_\eta\beta + \omega_\xi\alpha\cdot\beta$$

$$\Omega_z = (\dot\alpha+\omega_\xi)\beta + \omega_\eta - \omega_\xi\cdot\alpha$$

$$A(-\ddot\beta - \dot\omega_\xi - \dot\omega_\eta\alpha + \omega_\xi\alpha\cdot\dot\alpha - \omega_\eta\cdot\dot\alpha) - (B-C)\big((\dot\alpha+\omega_\xi)^2\beta -$$
$$- (\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)^2\beta + (\dot\alpha+\omega_\xi)(\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)\big) = M_x^B$$

$$M_x^B = M_x^{ДМ} + D_\beta\dot\beta + K_\beta\cdot\beta$$

по сравн. с $\dot\alpha$

$$A\ddot\beta + D_\beta\dot\beta + (B-C)\left((\dot\alpha+\omega_\xi)^2 - (\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)^2\right)\beta + K_\beta\cdot\beta =$$
$$= -\underbrace{(A+B-C)}_{\text{сокращается ранее}}(\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)\dot\alpha - A(\dot\omega_\xi + \dot\omega_\eta\alpha)$$

$(A+B-C) \to$ мало, поэтому чувств-ть низка

$\boxed{29.04.11}$

В остатке:

сигн., кот. мы измеряем

$$A\ddot\beta + D_\beta\dot\beta + K_\beta\beta = (C-A-B)\dot\alpha_0\sin(\omega t)\cdot(\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)$$ перекрестная

можно разделить сигналы ω_η и $\omega_\xi\alpha$ по переменной фазе на 90°.

$\alpha = \frac{\dot\alpha_0}{\omega}\cos(\omega t)$, при подстановке этого выраж. в ф-лу получится колеб. на двойной частоте, кот. мешают не пытаемся отфильтровать. Далее считаем, что эта связь отфильтрована

$$\beta_{уст.} = \frac{(C-A-B)\dot{\alpha}_0 \cdot \omega_z}{\sqrt{(K_\beta - A\omega^2)^2 + (D\omega)^2}} \cdot \sin\left[\omega t - \operatorname{arctg}\left(\frac{D\omega}{K_\beta - A\omega^2}\right)\right]$$

В резонансе $K_\beta = A\omega_{oc}^2 \Rightarrow \boxed{\omega_{oc} = \sqrt{\frac{K_\beta}{A}}}$

$\boxed{K_\alpha = B\omega_{об}^2}$ — вып. всегда для вибрац. гироскопов

$$\boxed{\omega_{об} = \sqrt{\frac{K_\alpha}{B}}}$$

1) дорезонансный режим ($\omega_{об} < \omega_{oc}$)

2) резонансный режим ($\omega_{oc} = \omega_{об}$)

т.е. $\frac{K_\beta}{A} = \frac{K_\alpha}{B}$

Для того чтобы менять по своему усмотрению резонансн. ~~частоты~~ вводят доп. обратную связь по перемещению, так же обр. мы фактически вводим доп. упругий момент. Введем ОС в цепь схемы:

$$A\ddot{\beta} + D_\beta\dot{\beta} + K_\beta\beta + K_{oc}\beta = (C-A-B)\dot{\alpha}_0 \sin(\omega t)\cdot\omega_z$$

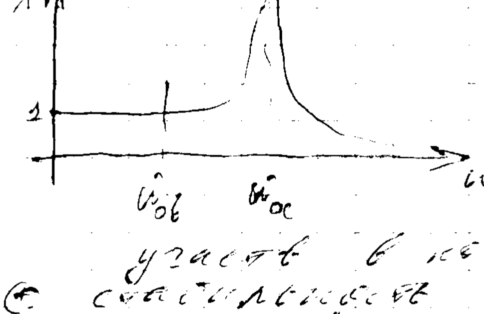
тогда резонансн. режим наступит, когда:

$$K_\beta + K_{oc} = A\omega_{oc}^2 \Rightarrow \omega_{oc} = \sqrt{\frac{K_\beta + K_{oc}}{A}}$$

$\boxed{\frac{K_\beta + K_{oc}}{A} = \frac{K_\alpha}{B}}$ — теперь можно задавать это соотношение путем управл. K_{oc}.

Для организации такой обр. связи можно, например, подавать напряжение на обкладки ~~...~~ датчика. (Правда получ. тогда ПОС, но ничего страшного, можно просто K_β задать поменьше, чем нужно)

I. Дорезонансн. режим



тогда

$$\beta_{уст} = \frac{(C-A-B)\dot{\alpha}_0}{\sqrt{K_\beta^2}} \cdot \omega_z \cdot \sin\omega t$$

Демпф. и инерц. практич. не участв. в компенсац. гироск. момента.

С соотношением амплитуды колебаний/линейных перемещ. влияет составл. амплитуды возбужд. колебаний.

Для поддерж. стаб. $\dot{\alpha}_0 = \alpha\cdot\omega_{0в}$ необх. поддерживать стаб. α и $\omega_{0в}$, т.е. стабилизировать саму скорость и угол ее изменения...

II. Резонансный режим.

$$\beta_{уст} = \frac{(C-B-A)\cdot\dot{\alpha}_0}{D\cdot\omega}\cdot\omega_\eta\cdot\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \qquad // \ \dot{\alpha}_0 = \alpha\cdot\omega_{0в}$$

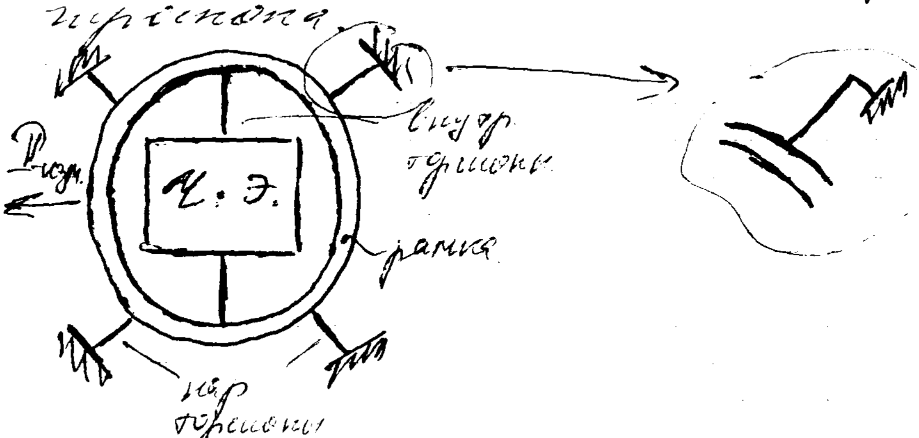
$$\beta_{уст} = -\frac{(C-B-A)\,\dot{\alpha}_0}{D}\cdot\omega_\eta\cdot\cos\omega t$$

⊖ низкая стаб-ть

⊕ высокая чувств-ть вследствие высокой добротности. Потери трения гораздо меньше, чем в резонансном.

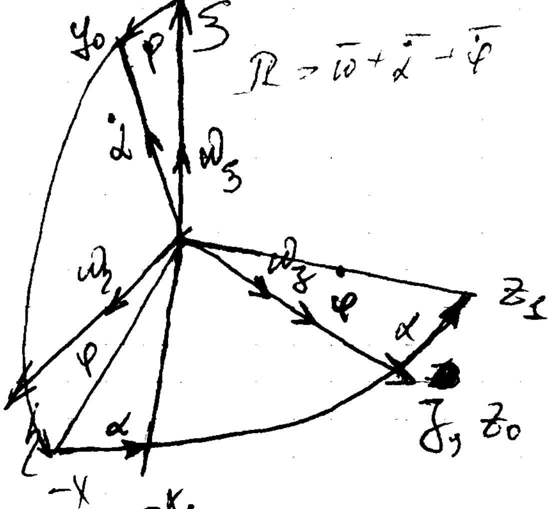
Ещё одна схема гироскопа R-R-типа.

В силу низкой чувств-ти гироскопа из-за малой добротности чувствит. элемента более приемлемой явл. схема осцилляторного вибрац. гироскопа.



такая схема практич. исключает эффект рассеяния торсиона.

Уравнение движения



$$\Omega = \omega + \dot\alpha - \dot\varphi \qquad \dot\varphi = \dot\varphi_0\cdot\sin(\omega t)$$

● Восп-ся динамич. ур-ниями Эйлера.

$$B\dot{\Omega}_{y_1} - (C-A)\,\Omega_{x_1}\cdot\Omega_{z_1} = M^B_{y_1}$$

Ω – абс. угл. скорость движ. ЧЭ

$$\Omega_{x_1} = -(\dot\varphi+\omega_\zeta)\sin\alpha - \omega_\eta\cdot\cos\varphi\cdot\cos\alpha + \omega_\xi\sin\varphi\cdot\cos\alpha$$

$$\Omega_{y_1} = \dot\alpha + \omega_\xi\cdot\cos\varphi + \omega_\eta\cdot\sin\varphi$$

$$\Omega_{z_1} = (\dot\varphi+\omega_\zeta)\cos\alpha - \omega_\eta\cdot\cos\varphi\cdot\sin\alpha + \omega_\xi\cdot\sin\varphi\cdot\sin\alpha$$

$$\dot\Pi_{y_1} = \ddot\alpha + \dot\omega_\zeta \cos\varphi - \omega_\zeta\dot\varphi\sin\varphi + \dot\omega_\eta \sin\varphi + \omega_\eta\dot\varphi\cos\varphi$$

Пренебрежем $\sin\alpha\to\alpha$, $\cos\varphi\to 1$, $\sin\varphi\to\varphi$, $\cos\alpha\to 1$

$$\begin{cases} \Pi_{x_1} = -\dot\varphi\alpha - \omega_\eta + \omega_\zeta\varphi \\ \dot\Pi_{y_1} = \ddot\alpha + \dot\omega_\zeta - \omega_\zeta\dot\varphi\cdot\varphi + \dot\omega_\eta\varphi + \omega_\eta\dot\varphi \\ \Pi_{z_1} = \dot\varphi - \overset{\text{мало}}{\omega_\eta\alpha} + \overset{\text{мало}}{\cancel{\omega_\zeta\varphi\cdot\alpha}} \approx \dot\varphi \end{cases}$$

$$M^B_{y_1} = -K_\alpha\cdot\alpha - D_\alpha\cdot\dot\alpha + M^{BP}_{y_1}$$

$$\cancel{B\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + K_\alpha}$$

$$B\dot\Pi_{y_1} - (C-A)\Pi_{x_1}\cdot\Pi_{z_1} = M^B_{y_1}$$

в реш. пост. сост.

в реш. перем. сост.

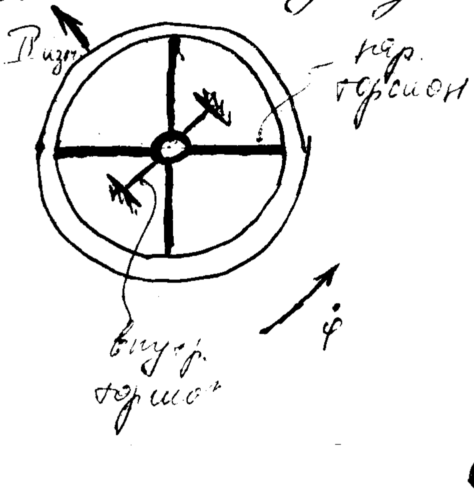
$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\cdot\dot\alpha + [K_\alpha + (C-A)\dot\varphi^2]\alpha = -B\cdot(\dot\omega_\zeta + \dot\omega_\eta\cdot\varphi) + (C-A+B)\dot\varphi(\omega_\eta - \omega_\zeta\varphi)$$

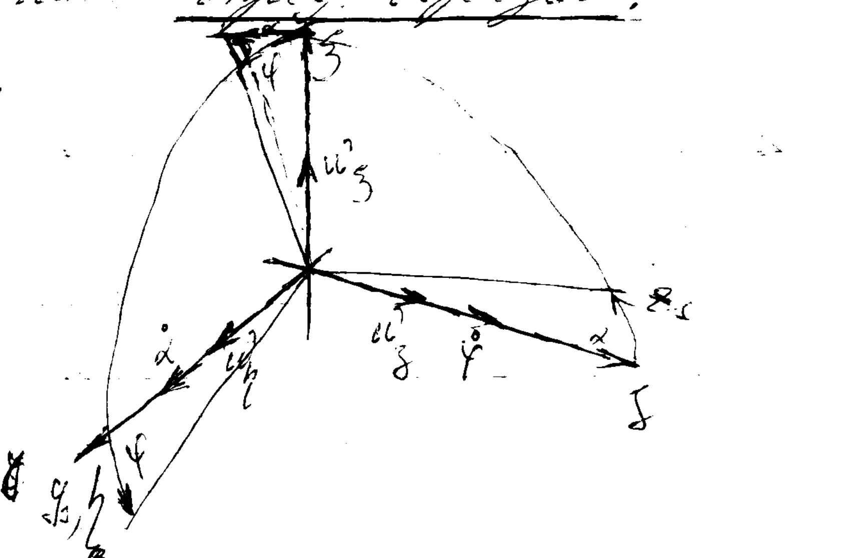
перекрестные погрешности

Реши самост. найти $\alpha_{уст}$ в рез. и дорез.

Принцип разница заключ. в том, что в предыд. приборе $C-A-B\approx 0$, а здесь $C-A+B$ — будет гораздо больше.

Перекрестную пор-ть легче устранить изначально, строя схему датчика опред. образом.



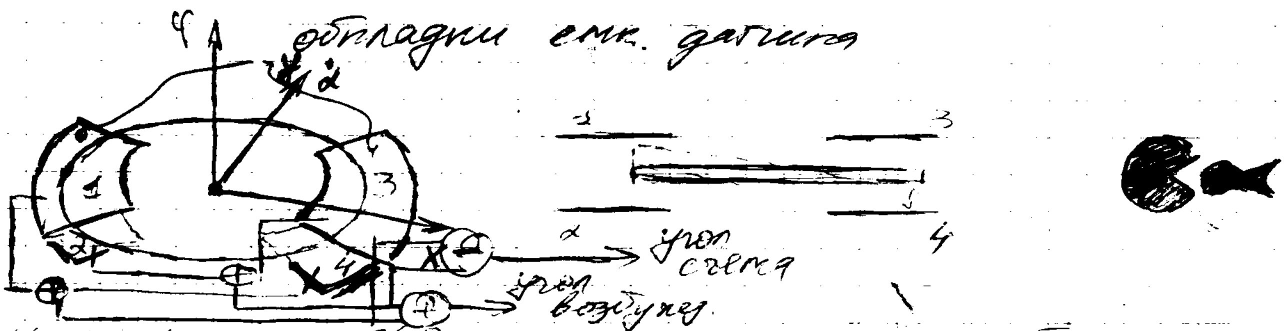


$$B\dot\Pi_{y_1} - (C-A)\Pi_{x_1}\cdot\Pi_{z_1} = M^B_{y_1}$$

$$\begin{cases} \Pi_{x_1} = \omega_\zeta\cos\alpha - (\omega_\zeta+\dot\varphi)\sin\alpha \approx \omega_\zeta - \dot\varphi\alpha \\ \Pi_{y_1} = \dot\alpha + \omega_\eta \Rightarrow \dot\Pi_{y_1} = \ddot\alpha + \dot\omega_\eta \\ \Pi_{z_1} \approx \dot\varphi \end{cases}$$

$$B\ddot{\alpha} + D_\alpha\dot{\alpha} + \left[K + (C-A)\dot{\varphi}^{2}\right]\alpha = -B\dot{\omega}_2 + (C-A)\dot{\varphi}\,\omega_3$$

В реальности внутр. сфере имеет конечную жесткость на изгиб, поэтому перекрестные связи все таки поёва.



При переносе φ емкости между обкладками изменяется одинаково по оси возбужд. А по оси съема тоже одинаково, но крест-накрест (1-4, и 2-3).

Пусть $\varphi = \varphi_0\sin(\omega t)$

$\dot{\varphi} = \varphi_0\,\omega\cos(\omega t)$

$\alpha = \alpha_0\cos(\omega t - \chi)$, $\chi = 0 \div \frac{\pi}{2}$ — меняется в зав. от режима работы

$\alpha_0 = K\varphi_0\cdot\Pi_{изм}\cdot\cos(\omega t - \chi)$

K_φ — коэф. пропорц. между φ и емкостью

K_α — " — между α и емкостью.

$\Delta C_{14} = K_\varphi\cdot\varphi_0\cdot\sin(\omega t) + K_\alpha K\varphi_0\cos(\omega t - \chi)\cdot\Pi_{изм}$

у пары обкладок

$\Delta C_{23} = K_\varphi\cdot\varphi_0\cdot\sin(\omega t) - K_\alpha\cdot K\cdot\varphi_0\cdot\cos(\omega t - \chi)\cdot\Pi_{изм}$

$U_{14} = K_{14}\cdot\Delta C_{14}$; $U_{23} = K_{23}\cdot\Delta C_{23}$

$$U_{14} = K_{14}\cdot\varphi_0\left(K_\varphi\cdot\sin\omega t + K_\alpha\cdot K\cdot\Pi_{изм}\cdot\cos\omega t\cdot\cos\chi + K_\alpha\cdot K\cdot\Pi_{изм}\cdot\sin\omega t\cdot\sin\chi\right) =$$
$$= K_{14}\varphi_0\sqrt{(K_\varphi + K_\alpha K\Pi_{изм}\sin\chi)^2 + (K_\alpha K\Pi_{изм}\cos\chi)^2}\;\times$$
$$\times\;\sin\left(\omega t + \operatorname{arctg}\left(\frac{K_\alpha\cdot K\,\Pi_{изм}\cdot\cos\chi}{K_\varphi + K_\alpha K\,\Pi_{изм}\sin\chi}\right)\right)$$

$$U_{23} = K_{23}\cdot\varphi_0\sqrt{(K_\varphi - K_\alpha K\cdot\Pi_{изм}\cdot\sin\chi)^2 + (K_\alpha\cdot K\,\Pi_{изм}\cdot\cos\chi)^2}\;\times$$
$$\times\;\sin\left(\omega t - \operatorname{arctg}\left(\frac{K_\alpha K\cdot\Pi_{изм}\cdot\cos\chi}{K_\varphi - K_\alpha K\,\Pi_{изм}\cdot\sin\chi}\right)\right)$$

Тогда: разность фаз

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{K_\alpha K\,\Pi_{изм}\cos\chi}{[illegible]}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{K_\alpha K\,\Pi_{изм}\cdot\cos\chi}{[illegible]}\right)$$

Воспользуемся ф-лой: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg}\frac{x+y}{1-xy}$

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{2K_\varphi K_\alpha K\cdot \Pi_{изм}\cdot\cos\chi}{K_\varphi^2 - K_\alpha^2 K^2 \Pi^2_{изм}}\right]$$

Обычно выполнено $K_\varphi^2 >> K_\alpha^2 K^2 \Pi^2_{изм}$, т.к.

$$K_\varphi^2\cdot\varphi_0^2 >> K_\alpha^2\cdot \underbrace{K^2\Pi^2_{изм}\cdot\varphi_0^2}_{x_0^2}$$

Т.к. $K_\varphi \approx K_\alpha$, и $\varphi_0 >> x_0$ => справедливо

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{2K_\varphi K_\alpha K\,\Pi_{изм}\cos\chi}{K_\varphi^2}\right] \approx \frac{2\cancel{K_\varphi}K_\alpha\cdot K\,\Pi_{изм}\cdot\cos\chi}{K_\varphi}$$

рассмотрим 2 узких режима работы систем.

1) дорез. режим $\chi = 0$

$$\Delta\varphi = \frac{2K_\alpha K\,\Pi_{изм}}{K_\varphi}$$ — как по величине сигн. и амплитуды, так и по фазе

2) резонансный режим $\chi = \frac{\pi}{2}$

$\Delta\varphi = 0$ — метод не работает

Не хотели повышать чувств. (8.)

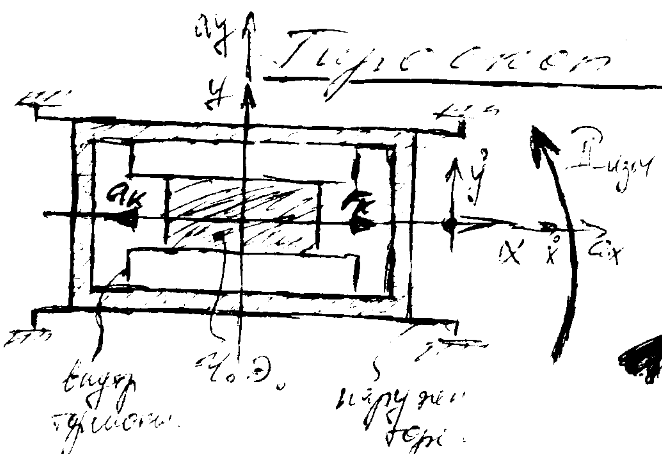
тогда пусть $\omega_{ос} \neq \omega_{об}$ => $\omega_{ос} = \omega_{об} \pm \Delta\omega$; подставим все в К.

а) дорез. реж. $\Delta\varphi = \frac{(C-A+B)\omega_{св}}{K_T}$

б) резонанс. реж.

$$\Delta\varphi = \frac{(C-A+B)\omega}{K_T\cdot\xi}\Pi_{изм}$$ — за счет малости ξ двигат. чувствит. т.е., несмотря на то что $\chi \approx \frac{\pi}{2}$

Гироскоп LL типа.



Уравнение движения.

Весь принцип Даламбера.

$\Sigma F_x = 0$

полезн. сиг.

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = m\cdot 2\dot{y}\cdot\Pi_{изм} + m y\cdot\dot{\Pi}_{изм} + m x\Pi^2_{изм} - m g_x$$

Задача: к т.м. $\Pi^2_{изм}$ → имеет раз. частоты будет преимуществ. несущественно

от пер-го т.м. избавиться доставлением еще одного гироскопа, работающего в противофазе

Полоса пропускания вибрац. гироскопа

$\boxed{06.05.10}$

Переходный пр-сс осцилят.

$$J\ddot{\alpha} + D_\alpha \dot\alpha + K_\alpha \alpha = H\,\Omega_{изм} \sin(\omega t)$$

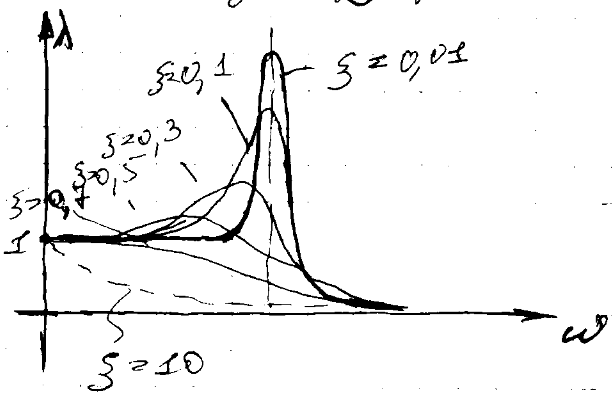
$$\ddot{\alpha} + 2\xi\omega_0\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{H}{J}\Omega_{изм}\cdot\sin(\omega t)$$ — рез. частота возб.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_\alpha}{J}}\ ;\quad \xi = \frac{D_\alpha}{2\omega_0 J}\ ;\quad Q = \frac{1}{2\xi}$$

$$\alpha = C_1 e^{-\xi\omega_0 t}\cdot\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t + \varphi\right) + \frac{H\lambda}{J\omega_0^2}\Omega_{изм}\cdot\sin(\omega t + \chi)$$

колебания по оси съема осущ. не на собств. частоте, а на частоте, учитывающей коэф. ξ.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$ — коэф. динамичности



$$\frac{d\lambda}{d\omega} = \frac{2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)\left(-\frac{2\omega}{\omega_0^2}\right) + 4\xi\frac{\omega}{\omega_0}\cdot 2\xi\frac{1}{\omega_0}}{2\left(\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)^3} = 0$$

$\omega_{max} = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$ — максимум коэф. динамичности не совпадает с резонансной частотой

при $\xi = 0,707 \Rightarrow \omega_{max} = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \max\lambda$ находится в $\omega = 0 \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\Rightarrow$ повыш. чувствительности в резонансе не будет.

Найдем корни диф. ур-ния.

$$s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

$$s_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \sqrt{(\xi\omega_0)^2 - \omega_0^2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2-1}$$

$$\xi\omega_0 t = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t$$

$\xi^2 = 1-\xi^2 \Rightarrow \xi = 0,707 \Rightarrow$ крутизны экспоненты и синуса равны $\Rightarrow$ время перех. пр-сса уменьшается.

$$s_1 = -\xi\omega_0 + \sqrt{(\xi\omega_0)^2 - \omega_0^2}$$

$$s_2 = -\xi\omega_0 - \sqrt{(\xi\omega)^2 - \omega_0^2}$$

$$\alpha = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \alpha_{уст.}$$

$$t=0;\ \alpha=0,\ \dot\alpha=0$$

$$\dot\alpha = A_1 s_1 e^{s_1 t} + A_2 s_2 e^{s_2 t} + \dot\alpha_{уст}$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha(0) = A_1 + A_2 + \alpha_{уст} = 0 \\ \dot\alpha(0) = A_1 s_1 + A_2 s_2 + \dot\alpha_{уст} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow A_1 = \frac{\alpha_{уст.} s_2 - \dot\alpha_{уст.}}{s_1 - s_2}$$

$$A_2 = \frac{\dot\alpha_{уст.} - \alpha_{уст.} s_1}{s_1 - s_2}$$

Теперь вспомним, что такое $\alpha_{уст}$ и $\dot\alpha_{уст}$.

$$\alpha_{уст} = \frac{H\lambda}{J\omega_0^2} \Pi_{изм} \sin(\omega t + \chi) \Rightarrow \alpha_{уст}(0) = \frac{H\lambda}{\underbrace{J\omega_0^2}_{K_\alpha}} \Pi_{изм} \cdot \sin\chi$$

$$\dot\alpha_{уст} = \frac{H\lambda}{\underbrace{J\omega_0^2}_{K_\alpha}} \Pi_{изм} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \chi) \Rightarrow \dot\alpha_{уст}(0) = \frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм} \cdot \omega \cos\chi$$

Подставляя все в выраж. для α, получим:

$$\boxed{\begin{aligned}\alpha = {} & \frac{H\lambda \Pi_{изм}}{K_\alpha 2\omega_0 \sqrt{\xi^2-1}} \cdot \left[-\omega_0\left(\xi + \sqrt{\xi^2-1}\right)\sin\chi - \omega\cos\chi\right] \cdot e^{(\xi\omega_0 + \omega_0\sqrt{\xi^2-1})t} + \\ & + \frac{H\lambda \Pi_{изм}}{K_\alpha 2\omega_0 \sqrt{\xi^2-1}} \left[\omega\cos\chi - \omega_0\left(\xi - \sqrt{\xi^2-1}\right)\sin\chi\right] \cdot e^{(\xi\omega_0 - \omega_0\sqrt{\xi^2-1})t} + \\ & + \frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм} \sin(\omega t + \chi)\end{aligned}}$$

если $\xi^2 - 1 < 0 \Rightarrow \sqrt{\xi^2-1} = j\sqrt{1-\xi^2}$

Используя преобразование $\sin t = \dfrac{e^{jt} - e^{-jt}}{2j}$ и $\cos t = \dfrac{e^{jt} + e^{-jt}}{2}$, получим

$$\alpha = \frac{H\lambda \Pi_{изм}}{K_\alpha \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \left[\omega\cos\chi + \xi\omega_0 \sin\chi\right] e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\, t\right) -$$

$$- \frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм} \cdot \sin\chi\, e^{-\xi\omega_0 t} \cos\left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}\, t\right) + \frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм} \sin(\omega t + \chi)$$

$$\alpha = -\frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм.} \sqrt{\frac{(\omega\cos\chi + \xi\omega_0 \sin\chi)^2}{\omega_0^2(1-\xi^2)} + \sin^2\chi} \times e^{-\xi\omega_0 t} \times$$

$$\times \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\, t + \varphi\right) + \frac{H\lambda}{K_\alpha} \Pi_{изм} \cdot \sin(\omega t + \chi)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_0\sqrt{1-\xi^2} \sin\chi}{\omega\cos\chi + \xi\omega_0 \sin\chi}\right)$$

$$\sin\varphi = \sin(\operatorname{arctg} \ldots)$$

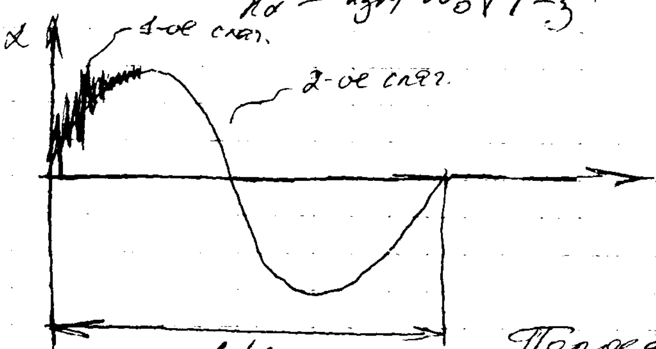
$$// \sin\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{y}\right) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} //$$

$$\boxed{\alpha = -\frac{H\lambda}{K_\alpha}\Omega_{изм}\frac{\sin\chi}{\sin\varphi}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t+\varphi\right)+\frac{H\lambda}{K_\alpha}\Omega_{изм}\sin(\omega t+\chi)}$$

1) дорез режим $\lambda = 1$ $\chi = 0$

$\omega << \omega_0$ здесь подразумев не ω_0 а $\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$

$$\alpha = -\frac{H}{K_\alpha}\Omega_{изм}\frac{\omega}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}\cdot e^{-\xi\omega_0 t}\cdot\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)+\frac{H}{K_\alpha}\Omega_{изм}\sin(\omega t)$$



$1/f_в$

2-ое слаг. мен. так медленно, что его можно счит. пост., следоват., колеб. появл от 1-го слаг. можно отфильтровать, но только в случ. ($\omega << \omega_0$ в 100 раз)

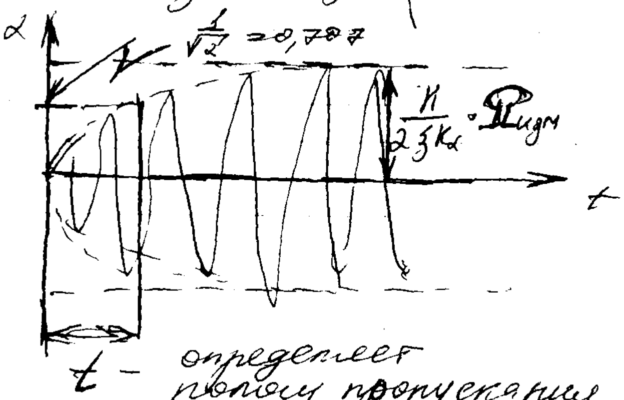
Полоса пропуск. в дорез режиме опред. частотой возбуждения.

2) резонансный режим $\lambda = 1/2\xi$, $\chi = -\frac{\pi}{2}$, $\omega = \omega_0$.

$$\alpha = -\frac{H}{2\xi K_\alpha}\cdot\Omega_{изм}\cdot\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\cdot\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{H}{2\xi K_\alpha}\cdot\Omega_{изм}\cdot\sin\left(\omega_0 t-\frac{\pi}{2}\right)$$

поск. режим резонансный, то $\xi << 1$, тогда

$$\left[\alpha = +\frac{H}{2\xi K_\alpha}\cdot\Omega_{изм}\cdot e^{-\xi\omega_0 t}\cdot\cos(\omega_0 t)-\frac{H}{2\xi K_\alpha}\cdot\Omega_{изм}\cdot\cos(\omega_0 t) = -\frac{H}{2\xi K_\alpha}\Omega_{изм}\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\right)\cos(\omega_0 t)\right]$$



t – определяет полосу пропускания

$$1-e^{-\xi\omega_0 t} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$e^{\xi\omega_0 t} = \frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$t \approx \frac{1,23}{\xi\omega_0} \approx \frac{1}{\xi\omega_0}$$

Полоса пропуск. опред. велич. $\xi\omega_0$

$$\omega_п = \frac{\omega_0}{2Q}$$